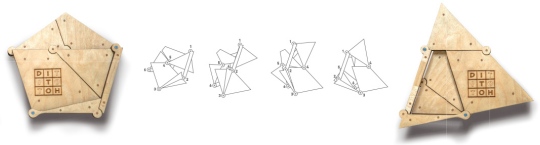
NEUIGKEITEN ZUM SATZ DES PYTHAGORAS UND DEN PLATONISCHEN KÖRPERN

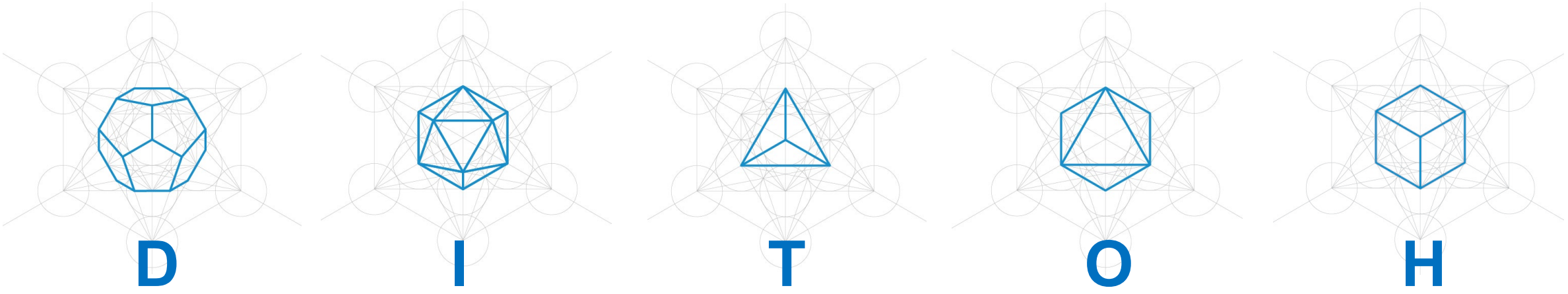
“DIE MATHEMATIK ALS FACHGEBIET IST SO ERNST, DASS MAN KEINE GELEGENHEIT VERSÄUMEN SOLLTE, SIE ETWAS UNTERHALTSAMER ZU GESTALTEN.”

BLAISE PASCAL (1623 – 1662)

NEUIGKEITEN ZUM SATZ DES PYTHAGORAS UND DEN PLATONISCHEN KÖRPERN



Die Platonischen Körper



D I T O H

Unser Ziel ist es, die 5 Platonischen Körper mit einer minimalen Anzahl an Flächen aufzubauen.

altes System: 38 Flächen

unser System: nur 20 Flächen !

Um unser Ziel zu erreichen, benötigen wir 2 spezielle Faltmodelle. Das erste nennt sich „Sir Dudeney“ und das zweite „Mister Goldberg“. Wir diskutieren jetzt das Faltmodell „Mister Goldberg“:

Vorbereitung für das zweite Faltmodell

Worum geht es?

Wir interessieren uns für die Dissection von Herrn Michael Goldberg (1902 – 1990). Dies deshalb, weil diese Transformation vom gleichseitiges Dreieck ins reguläre Fünfeck transformiert, und wir genau diese Flächen auch bei den Platonischen Körpern antreffen.

Zerlegungsgleichheit

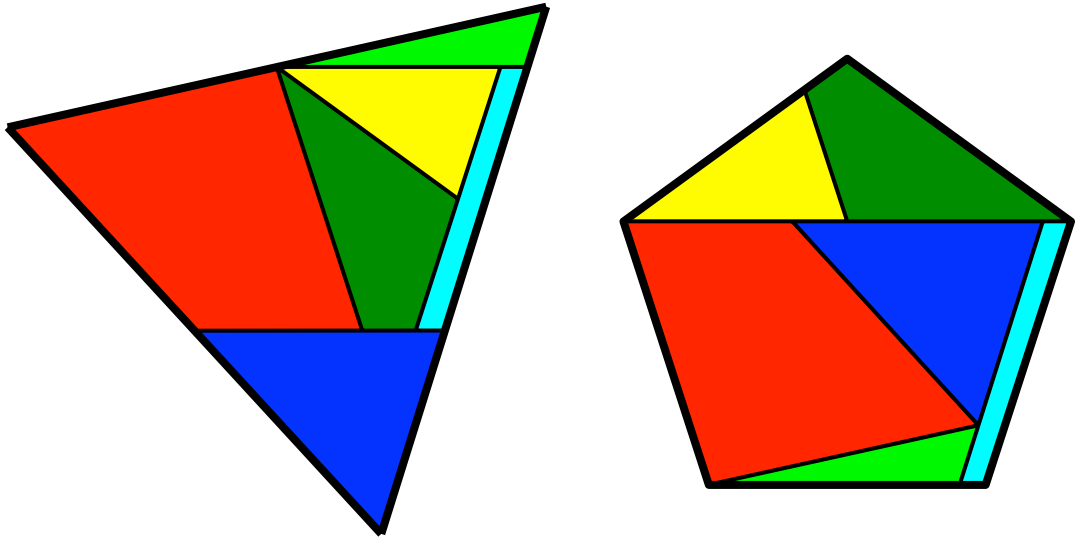
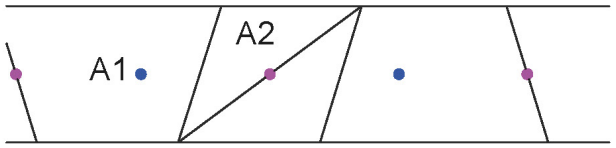
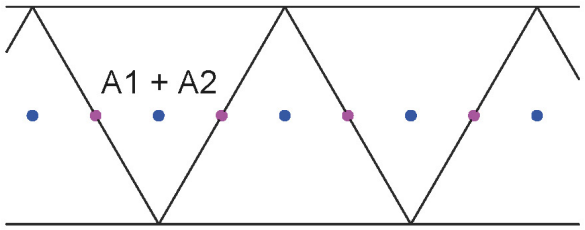


Abb. 1: Gleichseitiges Dreieck und regelmäßiges Fünfeck - 6 Teile

Wie kommt man auf diese Zerlegung?





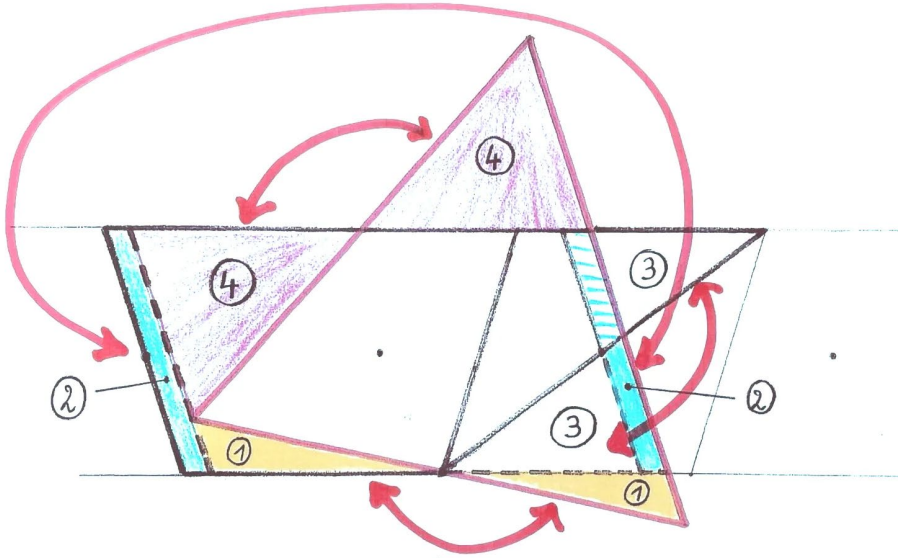


Abb. 2: T (Trapez) - Streifen - Methode

Allein mit dem Wissen, dass beide Flächen gleich groß sein müssen, können wir nun sämtliche Längen und Winkel berechnen, welche für die Konstruktion von Goldberg‘s Zerlegung notwendig sind.

Bezeichnungen und Daten

Wir normieren die Flächen der beiden Polygone auf 1.
Für die Seitenlänge s des gleichseitigen Dreiecks erhalten wir damit:

$$s = 2/\sqrt[4]{3} \simeq 1.5196713713 \quad (1)$$

Für die Seitenlänge u des Fünfecks erhalten wir:

$$u = 2\times\sqrt{[(1/5)\times tan(36°)]} \simeq 0.7623870555 \quad (2)$$

Das Seitenverhältnis ist:

$$s/u \simeq 1.993306891 \quad (3)$$

Die Seitenlänge des Dreiecks ist also fast doppelt so groß wie jene des Fünfecks.

Konstruktives Vorgehen

Φ (Phi) ist die goldene Zahl:

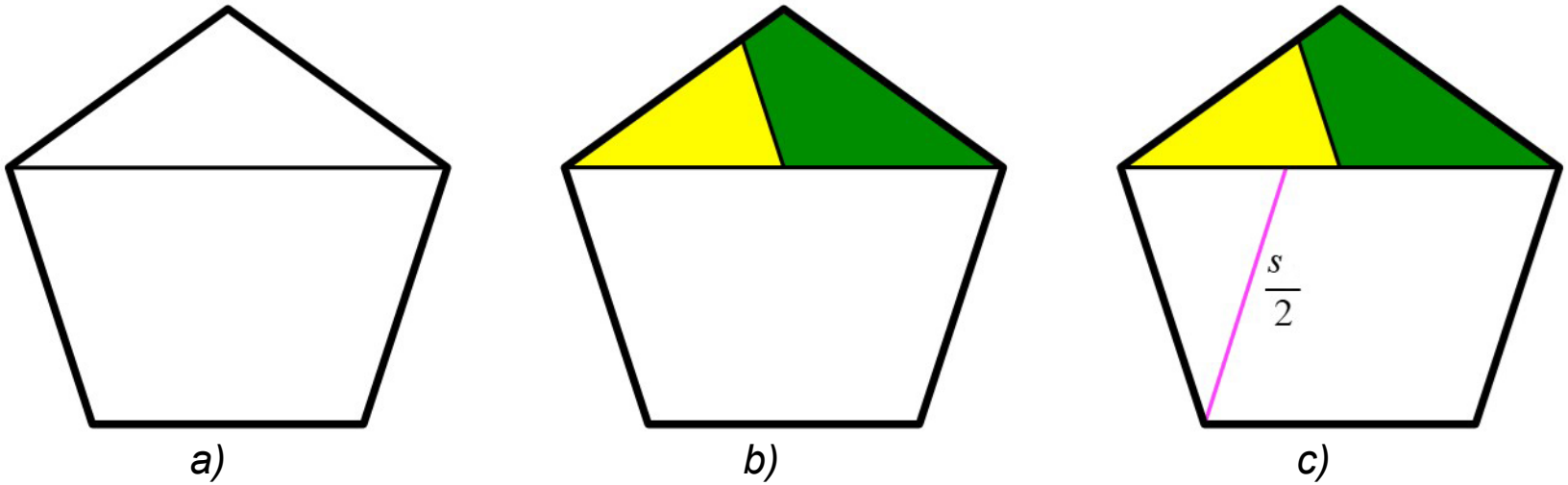


Abb. 3: Erste drei Schritte - Horizontale, Parallele zur li. Topfseite, halbe Dreieckseite

Konstruktives Vorgehen

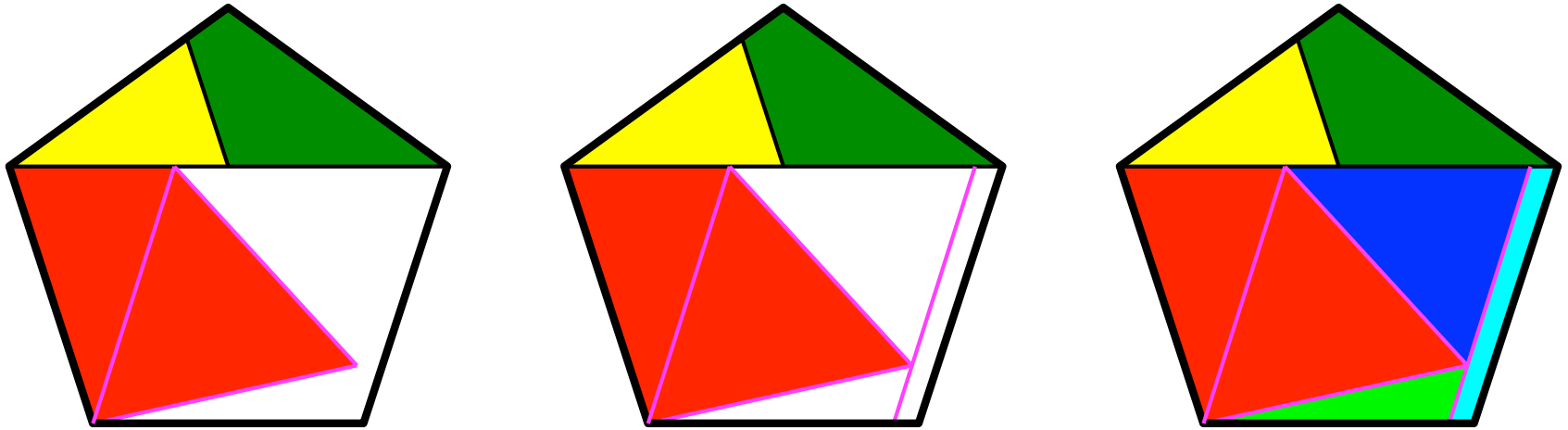


Abb. 4: Ergänzung zum gleichseitiges Dreieck, Parallele zu magenta → 3 mal 60°, Parallelogramm, hellblaues Viereck kein Parallelogramm

Damit sind die sechs Teile der Zerlegung konstruierbar.

Neuheit: Ein Gelenkmodell, das alle Teile verbindet !

Bisher:
Goldberg‘s Zerlegung verwendet vereinzelt Gelenke

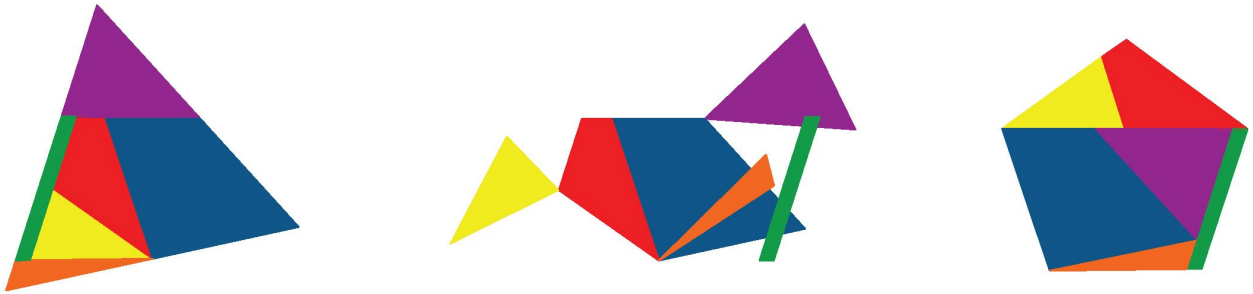


Abb. 5: Klassisches Verfahren

NEU:
Unsere Zerlegung beruht auf 4 Gelenke mit Dreharmen

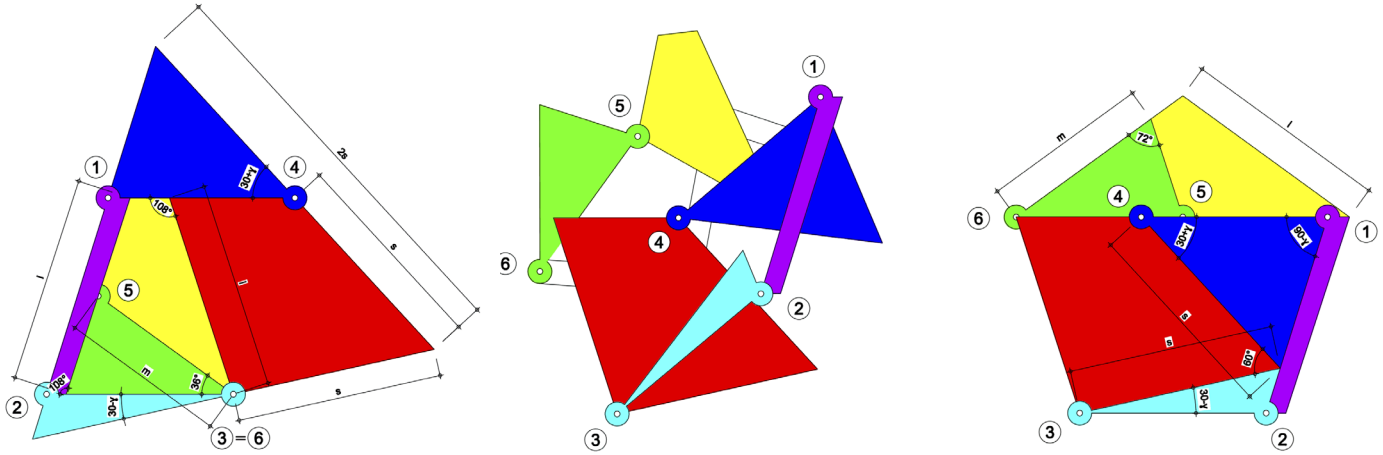


Abb.6: Kinematischer Prozess

Anzahl der Ebenen

Faltmodelle W35, W35+ / 3 Ebenen

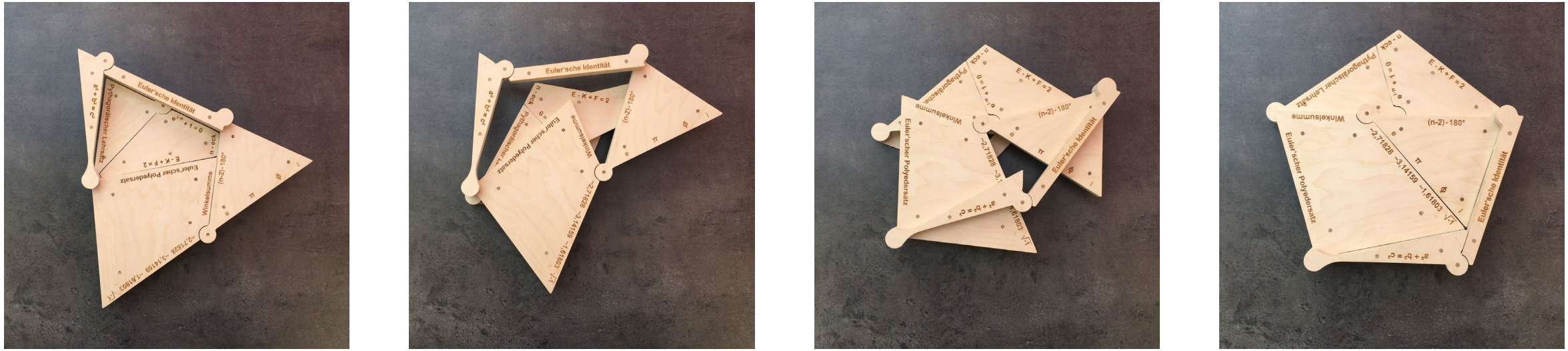
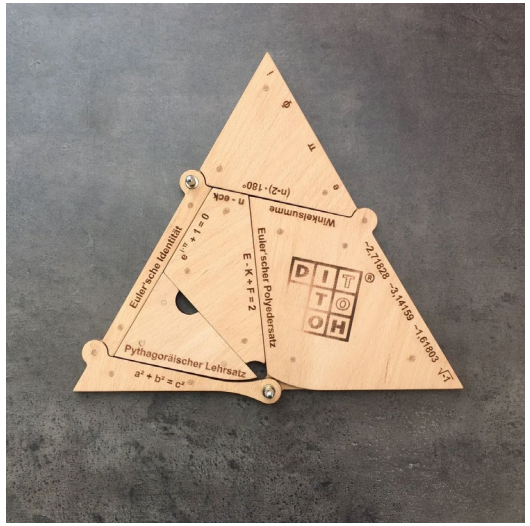
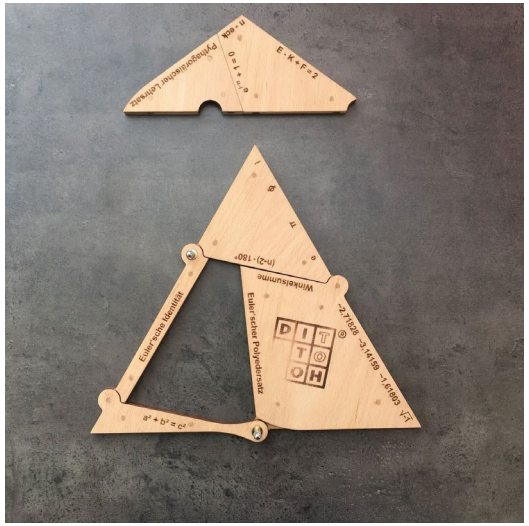


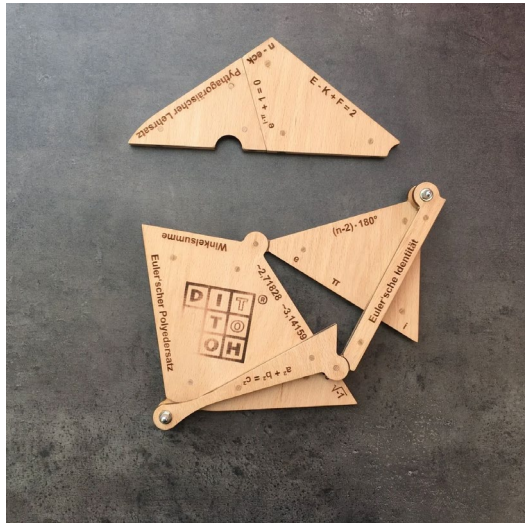
Abb. 7: Transformation gleichseitiges Dreieck - Quadrat / 3 Ebenen

Anzahl der Ebenen

Mister Goldberg / 1 Ebene







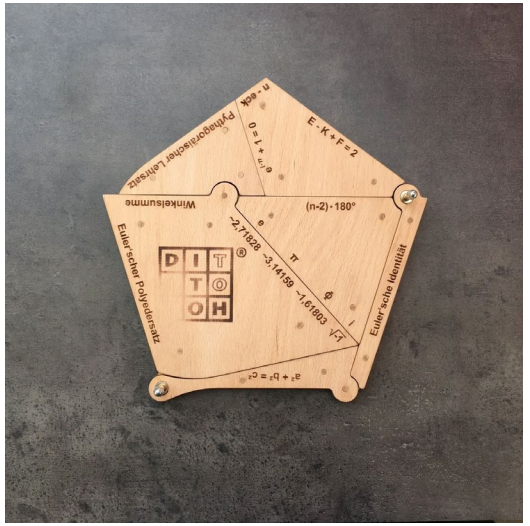


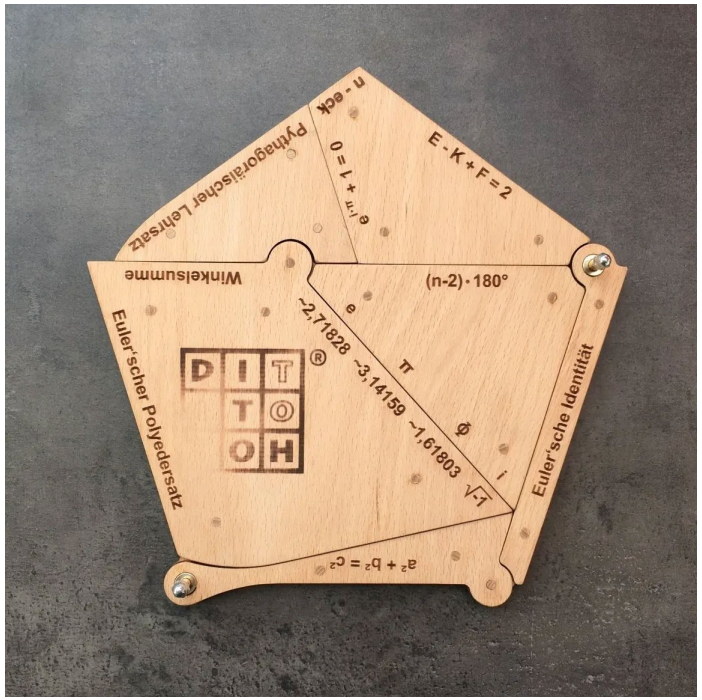
Abb. 8: Transformation gleichseitiges Dreieck - reguläres Fünfeck / 1 Ebene - Aufbau der Platonischen Körper

Beschriftung der Modelle W35, W35+ und Mister Goldberg

Zusätzlicher Lerneffekt! Motivation!

Vorderseite - Faltmodell Mister Goldberg

- Euler'sche Identität
- Euler'scher Polyedersatz
- Pythagoräische Lehrsatz
- Winkelsumme in einem n-Eck
- Konstanten



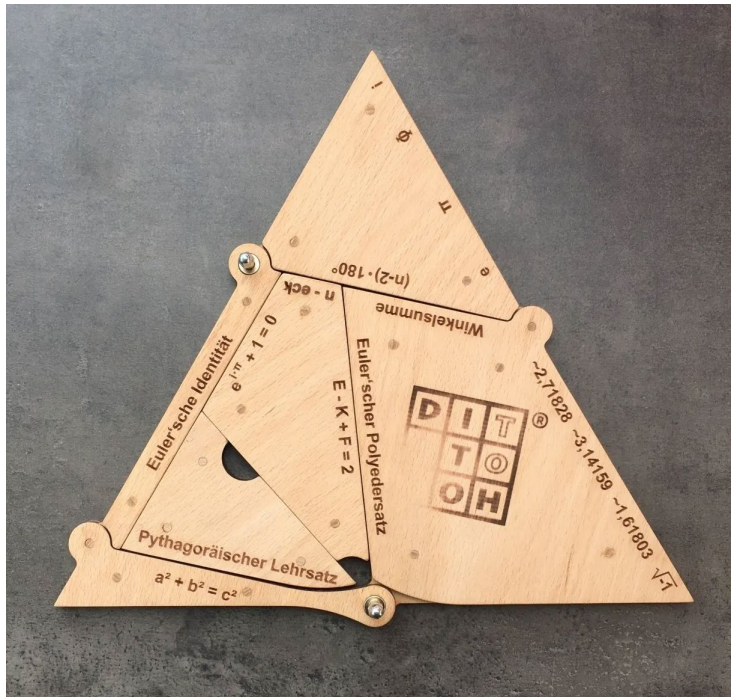


Abb. 9: Faltmodell mit mathematischen Formeln beschriftet

Rückseite - Faltmodell Mister Goldberg

Zusätzlicher Lerneffekt! Motivation!

- Geometrie der Fläche

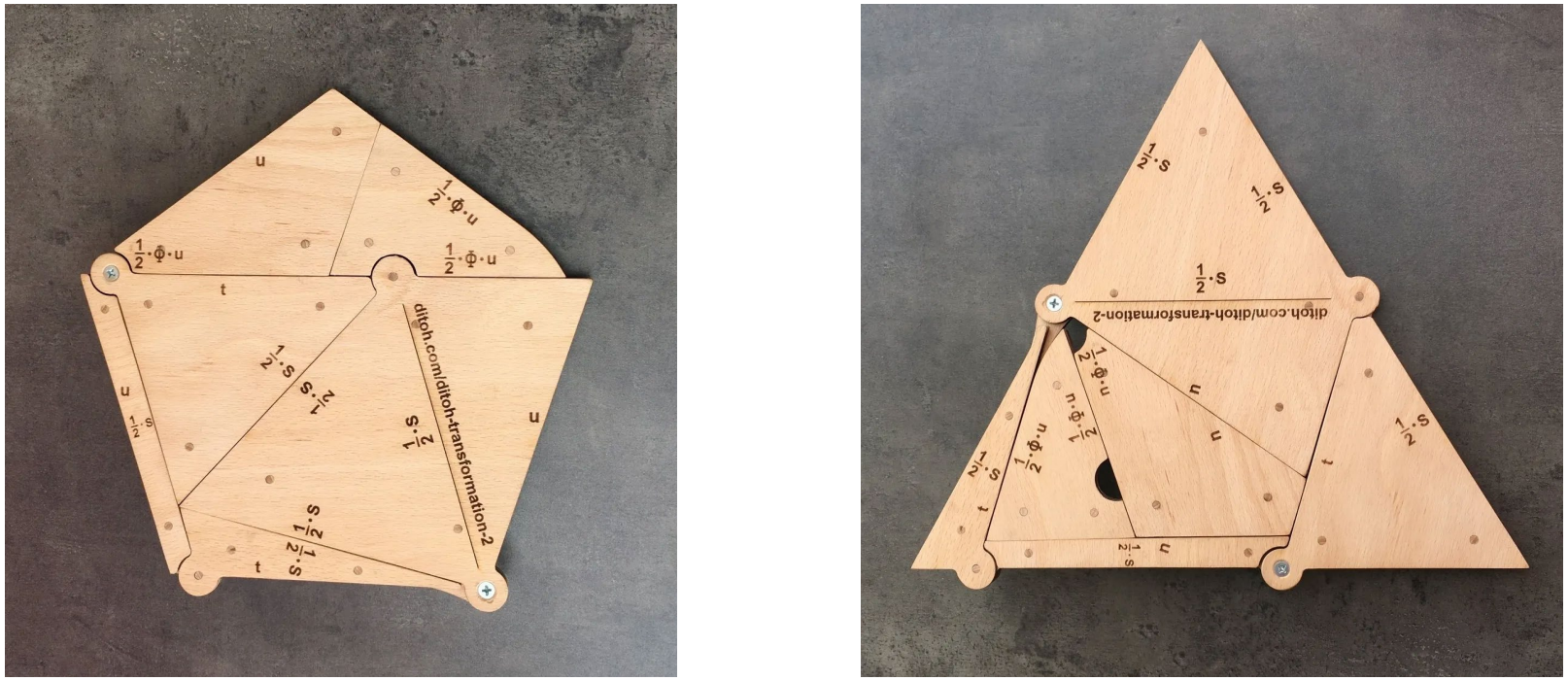


Abb. 10: Geometrie der Fläche